MATHÉMATIQUES	
Thème : Probabilités	Session : Été 2014

ÉNONCÉ

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

On lance un dé à six faces.

Si le numéro obtenu est un multiple de 3, on extrait successivement au hasard deux pommes dans le panier I qui contient une pomme jaune, une pomme verte et une pomme rouge.
Si le numéro obtenu n'est pas un multiple de 3, on extrait successivement au hasard deux pommes dans le panier II qui contient trois pommes jaunes et deux pommes vertes.

a) Représenter cette situation par un arbre.

b) Calculer la probabilité de tirer deux pommes vertes dans le panier II .

c) Calculer la probabilité de tirer une pomme verte, suivie d'une pomme jaune.

d) Calculer la probabilité de tirer deux pommes de couleurs différentes.

e) Sachant que les deux pommes tirées sont vertes, calculer la probabilité qu'elles proviennent du panier II .

f) Sachant que les couleurs des pommes tirées sont jaune et vert, calculer la probabilité que les deux pommes tirées proviennent du panier I .

CORRIGÉ

a) Soit I : « choisir le panier I » et II : « choisir le panier II ». Sur un dé à six faces, il y a 2 multiples de 3 (3 et 6), donc :

$$P(I) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P(II) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

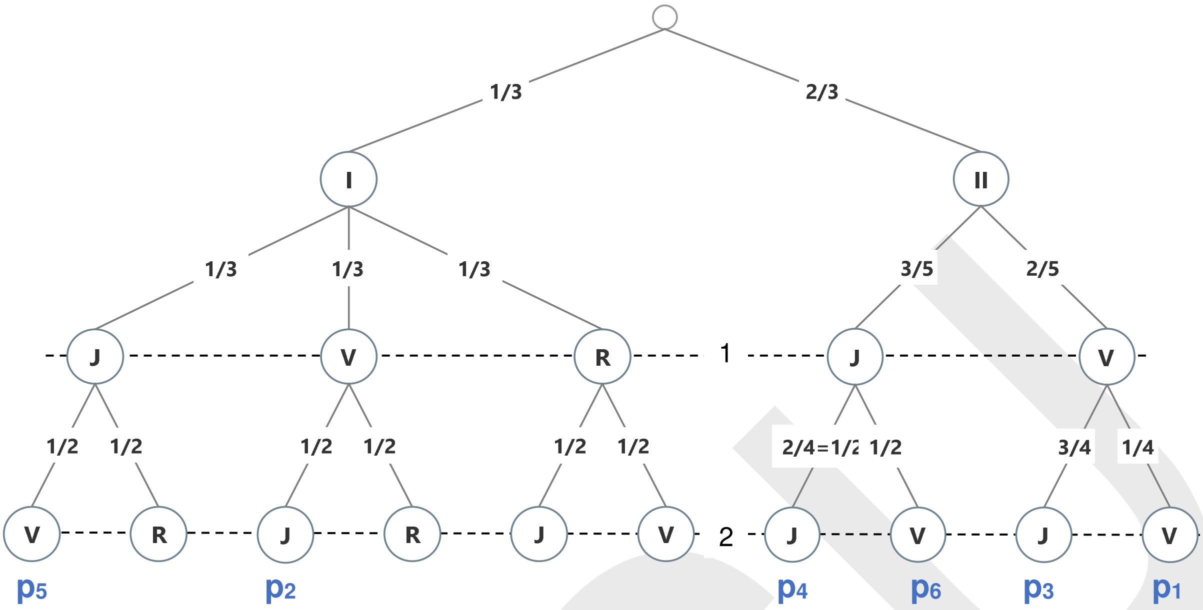
La distribution des probabilités des tirages dans chaque panier entre J : « jaune », V : « verte » et R : « rouge » dépend de la composition du panier.

(Arbre stochastique ci-contre.)

b) Soit B : « deux pommes vertes dans le panier II ». Calculs dans l'arbre :

$$P(B) = p_1 = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{15}} \approx 0.0667$$

Arbre stochastique :



c) Soit *VJ* : « verte puis jaune ». Calculs dans l'arbre :

$$P(VJ) = p_2 + p_3 = \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\right)=\boxed{\frac{23}{90}}\approx 0.256$$

d) Soit *D* : « couleurs différentes » ; le complémentaire de *D* étant « même couleur », on a (calculs dans l'arbre) :

$$P(D)=1-P(\bar{D})=1-\left(p_4+p_1\right)=1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{15}=\boxed{\frac{11}{15}}\approx 0.733$$

e) Soit *VV* : « deux pommes vertes » ; comme il n'y a qu'une seule pomme verte dans le panier **I**, les deux pommes proviennent forcément du panier **II**, donc la probabilité cherchée est : $P(II\,|\,VV)=1$

f) Soit *F* : « pommes jaune et vert » ; on cherche : $P(I\,|\,F)=\dfrac{P(I\cap F)}{P(F)}$

Calculs :

$$P(I\cap F)=p_5+p_2=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=2\times\frac{1}{18}=\frac{1}{9}$$

$$P(F)=\left(p_5+p_2\right)+\left(p_6+p_3\right)=\frac{1}{9}+\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}+\frac{2}{5}=\frac{23}{45}$$

Ainsi :

$$P(I\,|\,F)=\frac{P(I\cap F)}{P(F)}=\frac{1/9}{23/45}=\boxed{\frac{5}{23}}\approx 0.217$$

#